

<p align="center">Universidad Nacional de Cuyo Facultad de Ingeniería</p>	<p align="center">Ingeniería Sismorresistente</p>	
<p>Guía de Estudio</p>	<p align="center">Francisco Crisafulli Elbio Villafañe</p>	<p>Fecha: Mayo 2002</p>
<p align="center">ESPECTROS DE RESPUESTA Y DE DISEÑO</p>		<p>No de hojas: 22</p>

1. INTRODUCCIÓN

Los espectros de respuesta fueron inicialmente propuestos por Biot en el año 1932 y luego desarrollados por Housner, Newmark y muchos otros investigadores. Actualmente, el concepto de espectro de respuesta es una importante herramienta de la dinámica estructural, de gran utilidad en el área del diseño sismorresistente. En forma general, podemos definir espectro como un gráfico de la respuesta máxima (expresada en términos de desplazamiento, velocidad, aceleración, o cualquier otro parámetro de interés) que produce una acción dinámica determinada en una estructura u oscilador de un grado de libertad. En estos gráficos, se representa en abscisas el periodo propio de la estructura (o la frecuencia) y en ordenadas la respuesta máxima calculada para distintos factores de amortiguamiento ?.

El concepto de los espectros comenzó a gestarse gracias a una idea Kyoji Suyehiro, Director del Instituto de Investigaciones de la Universidad de Tokyo, quien en 1920 ideó un instrumento de medición formado por 6 péndulos con diferentes periodos de vibración, con el objeto registrar la respuesta de los mismos ante la ocurrencia de un terremoto. Unos años después, Hugo Benioff publicó un artículo en el que proponía un instrumento similar al de Suyehiro, destinado a medir el desplazamiento registrado por diferentes péndulos con los cuales se podría determinar el valor máximo de respuesta y construir una curva (lo que hoy conocemos como espectro de desplazamiento elástico) cuya área sería un parámetro indicador de la destructividad del terremoto. Finalmente, fue Maurice Biot en el Instituto Tecnológico de California, quien propuso formalmente la idea de espectros de respuesta elástica.

Para explicar en forma conceptual el procedimiento de construcción de un espectro de respuesta consideremos una serie de estructuras de un grado de libertad u osciladores simples con diferentes periodos de vibración, T , y con igual factor de amortiguamiento, γ (ver Figura 1). Si sometemos todos estos osciladores a la acción de un mismo terremoto (utilizando un registro de aceleraciones, $\ddot{u}_g(t)$), cada uno de ellos exhibirá una respuesta diferente, la cual puede representarse, por ejemplo, a través de la historia de desplazamientos, $u(t)$. Una vez que hemos calculado la respuesta de los osciladores es posible determinar el máximo (en valor absoluto, dado que el signo no tiene importancia) de cada uno de ellos y volcarlos en un gráfico en función del periodo de vibración, para obtener así un espectro de respuesta. Es decir, que la respuesta máxima de cada oscilador con periodo T representa un punto del espectro.

La importancia de los espectros en el diseño de estructuras radica en el hecho de que estos gráficos condensan la compleja respuesta dinámica en un parámetro clave: los valores de respuesta máxima, que son usualmente los requeridos por el diseñador para el cálculo de estructuras. Debemos aclarar, sin embargo, que los espectros de respuesta omiten información importante dado que los efectos del terremoto sobre la

estructura dependen no solo de la respuesta máxima sino también de la duración del movimiento y del número de ciclos con demanda significativa de desplazamientos.

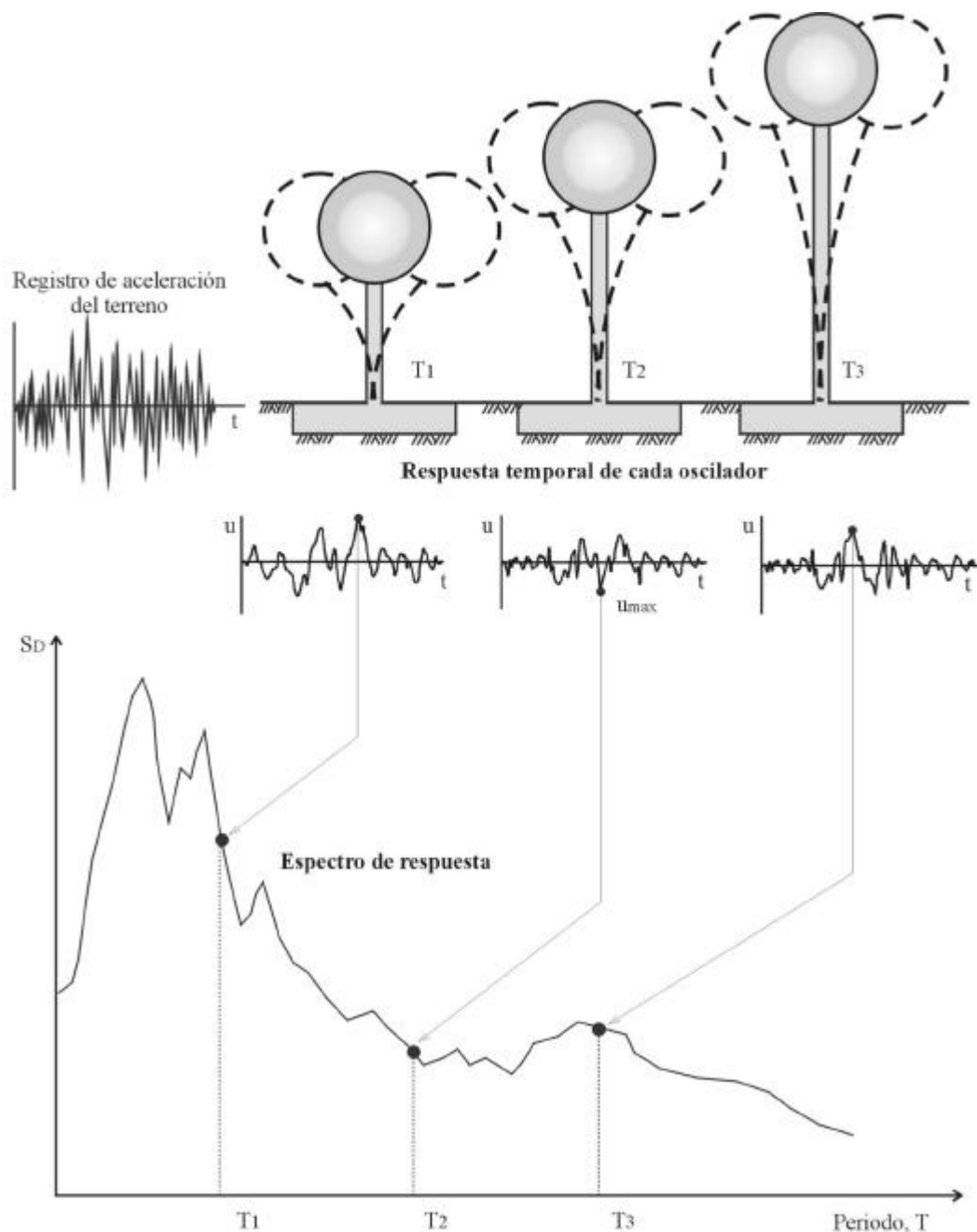


Figura 1. Gráfico indicativo del método de determinación del espectro de respuesta.

La realización de un espectro de respuesta requiere de la ejecución de numerosos cálculos, dado que es necesario resolver la ecuación de equilibrio dinámico para determinar la historia (variación en el tiempo) de desplazamientos, velocidad y aceleraciones para una gran cantidad de estructuras con diferentes periodos de

vibración, T , y factores de amortiguamiento γ . En la actualidad, esto no representa un problema de importancia por la gran capacidad de cálculo de las computadoras modernas, las cuales pueden realizar un espectro de respuesta elástica en décimas de segundo. Sin embargo, cuando estos tipos de gráficos se desarrollaron en su etapa inicial, hace varias décadas, la situación era muy diferente. Como anécdota, es interesante mencionar que Housner calculaba los espectros mediante un procedimiento gráfico que requería aproximadamente de un día de trabajo para calcular un punto del espectro. Posteriormente, se desarrolló un método más rápido usando un péndulo de torsión (“computadora analógica”) que permitía determinar los espectros mediante una analogía matemática entre los dos fenómenos. En este caso, el tiempo requerido para calcular un punto del espectro se redujo a unos 15 minutos.

2. TIPOS DE ESPECTROS

Como mencionamos anteriormente, el concepto de espectro ha ganado una amplia aceptación como herramienta de la dinámica estructural. Es por ello que se han desarrollado varios tipos de espectros, los cuales presentan características diferentes y se utilizan con distintos objetivos. En particular analizaremos tres de los espectros más comunes:

Espectros de respuesta elástica: representan parámetros de respuesta máxima para un terremoto determinado y usualmente incluyen varias curvas que consideran distintos factores de amortiguamiento.

Se utilizan fundamentalmente para estudiar las características del terremoto y su efecto sobre las estructuras. Las curvas de los espectros de respuesta presentan variaciones bruscas, con numerosos picos y valles, que resultan de la complejidad del registro de aceleraciones del terremoto.

Espectros de respuesta inelástica: son similares a los anteriores pero en este caso se supone que el oscilador de un grado de libertad exhibe comportamiento no-lineal, es decir que la estructura puede experimentar deformaciones en rango plástico por acción del terremoto. Este tipo de espectros son muy importantes en el diseño sismorresistente, dado que por razones prácticas y económicas la mayoría de las construcciones se diseñan bajo la hipótesis que incursionarán en campo plástico. Como ejemplo, podemos mencionar los espectros de ductilidad (recordemos que ductilidad de desplazamientos es la relación entre el desplazamiento máximo que experimenta la estructura y el desplazamiento de fluencia).

Estos espectros representan la ductilidad requerida por un terremoto dado en función del periodo de vibración de la estructura y se grafican usualmente para distintos niveles de resistencia. También, se construyen espectros de aceleración, desplazamiento de fluencia o desplazamiento último de sistemas inelásticos, en donde se consideran distintos niveles de ductilidad o distintos tipos de comportamiento histerético¹ de la estructura, como se indica en la Figura 2.

Espectros de diseño: las construcciones no pueden diseñarse para resistir un terremoto en particular en una zona dada, puesto que el próximo terremoto probablemente presentará características diferentes.

Por lo tanto, los espectros de respuesta elástica o inelástica, descriptos previamente, no pueden utilizarse para el diseño sismorresistente. Por esta razón, el diseño o verificación de las construcciones

¹ Los modelos histeréticos indican la relación entre la fuerza restitutiva F_s y el desplazamiento u . En una estructura lineal y elástica se verifica que $F_s = k u$, siendo k la rigidez, mientras que en sistemas no-lineales que incursionan en rango plástico, la fuerza F_s es una función no-lineal de u y de la historia de desplazamientos experimentados previamente (fenómeno de histéresis). En este último caso, la relación F_s - u es mucho más compleja y se define mediante modelos histeréticos como los indicados en la Figura 2.

sismorresistentes se realiza a partir de espectros que son suavizados (no tienen variaciones bruscas) y que consideran el efecto de varios terremotos, es decir que representan una envolvente de los espectros de respuesta de los terremotos típicos de una zona. Los espectros de diseño se obtienen generalmente mediante procedimientos estadísticos, cuya descripción detallada escapa al alcance de este trabajo.

Es muy importante que distingamos entre espectros de respuesta, que se obtienen para un terremoto dado, y espectros de diseño, los cuales se aplican al cálculo y verificación de estructuras y representan la sismicidad probable del lugar.

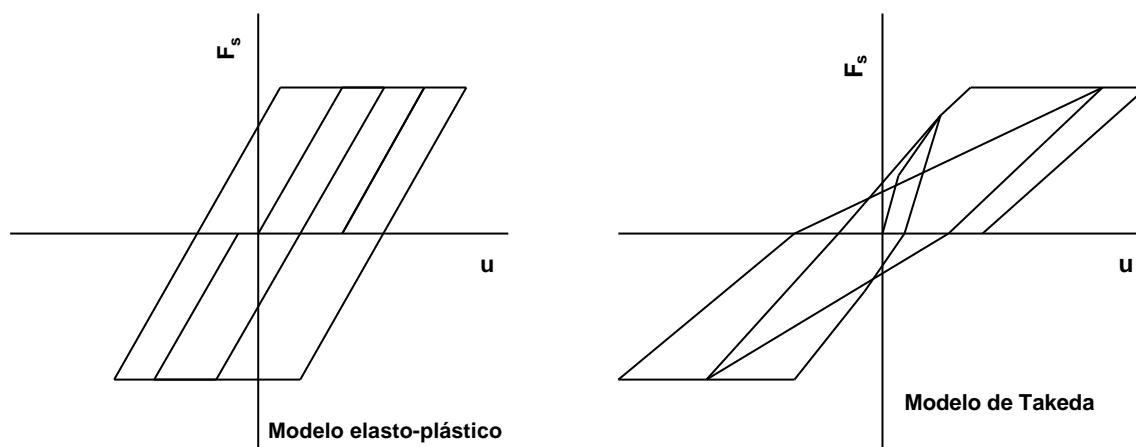


Figura 2. Ejemplos de modelos de histeresis.

Se han desarrollado otros tipos de espectros, como los espectros de piso, que son de utilidad para ciertas aplicaciones específicas. Al final de este trabajo se presenta una breve descripción de dicho espectro.

3. ESPECTROS DE RESPUESTA ELÁSTICA

En esta sección desarrollaremos con mayor profundidad el concepto de espectro de respuesta elástica y analizaremos la metodología utilizada para su evaluación, la cual se fundamenta en conceptos fundamentales de la dinámica estructural.

3.1 Procedimiento de cálculo

Para calcular un espectro de respuesta elástica es necesario determinar la respuesta de numerosos osciladores simples, con distintos periodos de vibración, T , considerando la aceleración del terreno, $\ddot{u}_g(t)$, originada por un terremoto determinado. La forma más simple y eficiente para realizar estos cálculos es, en general, aplicar la integral de Duhamel² para el caso de una carga efectiva $P_{ef}(t) = -m \ddot{u}_g(t)$, de modo que desplazamiento relativo es igual a:

² Recordemos que esta integral permite determinar la respuesta dinámica de un sistema elástico, en términos de desplazamientos, para una carga cualquiera, tal como la acción del terremoto (aceleración en la base de la estructura).

$$u(t) = \frac{1}{m \gamma_D} \int_0^t -m \ddot{u}_g(\tau) \sin \gamma_D(t-\tau) e^{-\gamma_D(t-\tau)} d\tau \quad (1)$$

Para las construcciones usuales (con factores de amortiguamiento γ entre 2 y 10 %), la diferencia entre la frecuencia amortiguada γ_D y la frecuencia propia del sistema $\gamma = 2\pi/T$ es despreciable (error menor del 0.5%). Por lo tanto, la Ecuación 1 puede expresarse como:

$$u(t) = \frac{1}{\gamma} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \quad (2a)$$

(eliminando el signo negativo que no afecta los valores máximos de la respuesta). Dado que la función $\ddot{u}_g(t)$ no puede expresarse mediante una ecuación matemática, sino que se trabaja con el registro de aceleración digitalizado³, resulta más conveniente para la resolver numéricamente la integral de Duhamel mediante la siguiente expresión:

$$u(t) = \frac{\sin \gamma t}{\gamma e^{\gamma t}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{\gamma \tau} \cos \gamma t d\tau - \frac{\cos \gamma t}{\gamma e^{\gamma t}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{\gamma \tau} \sin \gamma t d\tau \quad (2b)$$

Esta ecuación se obtiene a partir de la Ecuación 2a aplicando transformaciones trigonométricas correspondientes al seno de la diferencia y separando la función exponencial. Como ya mencionamos la resolución de la Ecuación 2b se realiza en forma numérica, para lo cual es necesario adoptar un intervalo de integración (normalmente $\Delta t = 0.01$ a 0.05 s) y en cada instante t se evalúan las integrales correspondientes.

Para determinar la velocidad podemos derivar la Ecuación 2a, aplicando el Teorema de Leibnitz, y obtenemos:

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) = & \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cos \gamma(t-\tau) e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \\ & - \gamma \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \sin \gamma(t-\tau) e^{-\gamma(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

Otra forma, más conveniente desde el punto de vista práctico, es obtener la velocidad derivando numéricamente la función de desplazamiento obtenida previamente con la Ecuación 2. Este procedimiento conduce a resultados correctos si se adopta un intervalo de tiempo para la derivación suficientemente pequeño (usualmente se emplea el mismo intervalo de tiempo Δt adoptado para la integración de la Ecuación 2).

Finalmente, para calcular la historia de aceleraciones podemos derivar la Ecuación 3. Sin embargo, siguiendo este procedimiento obtendremos la aceleración relativa $\ddot{u}(t)$, dado que $u(t)$ es el desplazamiento relativo⁴. Debemos recalcar, que a los efectos del diseño sismorresistentes, nos interesa determinar la fuerza de inercia actuante sobre la masa vibratoria que se relaciona con la aceleración total. Por esta razón, resulta

³ Es decir que el acelerograma se expresa como una serie de puntos en los que se indica el tiempo y el valor de aceleración correspondiente. Para lograr una adecuada representación del acelerograma se trabaja usualmente con intervalos de tiempo del orden de 0.01 a 0.05 segundos.

⁴ Al plantear la ecuación de equilibrio dinámico de un sistema sometido a excitación sísmica en la base debemos distinguir tres desplazamientos diferentes: (i) el desplazamiento del suelo o base, (ii) el desplazamiento relativo que es el que produce deformaciones internas en la estructura, y (iii) el desplazamiento total que es la suma de los anteriores. Derivando podemos demostrar que la aceleración total es igual a la suma de la aceleración relativa y de la aceleración del terreno

más conveniente determinar la aceleración total, $\ddot{u}^T(t)$, a partir de la ecuación de equilibrio dinámico para sistemas de un grado de libertad sometidos a la acción sísmica.

$$m \ddot{u}^T(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = 0 \rightarrow \ddot{u}^T(t) + 2\xi \omega \dot{u}(t) + \omega^2 u(t) = 0 \quad (4)$$

y despejando de esta ecuación obtenemos:

$$\ddot{u}^T(t) = - [2\xi \omega \dot{u}(t) + \omega^2 u(t)] \quad (5)$$

Las Ecuaciones 2, 3 y 5 nos permiten determinar historia de desplazamiento relativo, velocidad relativa y aceleración total para cada periodo T (recordemos que la Ecuación 2 es válida para sistemas elásticos).

Una vez que se hemos determinado la variación en el tiempo de los parámetros de respuesta elástica, buscamos los valores máximos (en valor absoluto) y determinamos las ordenadas de los espectros de desplazamiento relativo, S_D , de velocidad relativa, S_V , y de aceleración total, S_A :

$$\begin{aligned} S_D &= \max|u(t)| \\ S_V &= \max|\dot{u}(t)| \\ S_A &= \max|\ddot{u}^T(t)| \end{aligned} \quad (6)$$

Para construir un espectro completo repetimos el procedimiento indicado para estructuras con distintos periodos T; normalmente los espectros se grafican considerando un rango de periodos de vibración que varía entre 0 y 3.0 o 5.0 segundos, que comprende la mayoría de las construcciones comunes. Las curvas se construyen para valores constantes del factor de amortiguamiento ξ , por ejemplo, 0, 2 y 5%.

La Figura 3 presenta algunos los espectros de respuesta para el registro del terremoto de Cauce, San Juan, de 1977, los cuales fueron determinados para diferentes valores de amortiguamiento. En estos gráficos se incluyen curvas espectrales para el caso de amortiguamiento nulo, el cual no tiene aplicación práctica, pero sirve para mostrar la significativa influencia en la respuesta de este parámetro. Podemos observar que el amortiguamiento tiene un efecto benéfico sobre la respuesta estructural dado que reduce los valores de desplazamiento, velocidad y aceleración máxima. Esto se debe a que por acción del amortiguamiento se disipa energía, generalmente en forma de calor y sonido, disminuyendo así la vibración de la estructura.

La observación de la Figura 3 muestra también que, en cierto rango de periodos, se produce una amplificación del movimiento del suelo. Para el terremoto de Cauce, 1977, los valores máximo de movimiento del suelo fueron: aceleración = 0.193g, velocidad = 0.203 m/s y desplazamiento = 0.186 m. Es decir que la estructura vibra y experimenta aceleraciones, velocidades y desplazamientos que pueden ser significativamente mayores que los correspondientes al movimiento del suelo. Si analizamos, por ejemplo, el espectro de aceleraciones vemos que una estructura con un amortiguamiento del 5% y un periodo de vibración de 0.5s experimentará una aceleración máxima de 0.53g si fuera sometida a ese terremoto. Una estructura similar, pero con un periodo de 4.0 s será sometida una aceleración máxima de 0.06g, un valor significativamente menor. Esto indica claramente que la acción sísmica sobre la construcción depende no solo de las características del terremoto sino también de las propiedades estructurales. Estos aspectos se ponen en evidencia, por ejemplo, en el caso de edificios con aisladores sísmicos, con los cuales se logra aumentar significativamente el periodo de vibración de la construcción, “alejando” a la misma de la zona de aceleraciones espectrales elevadas.

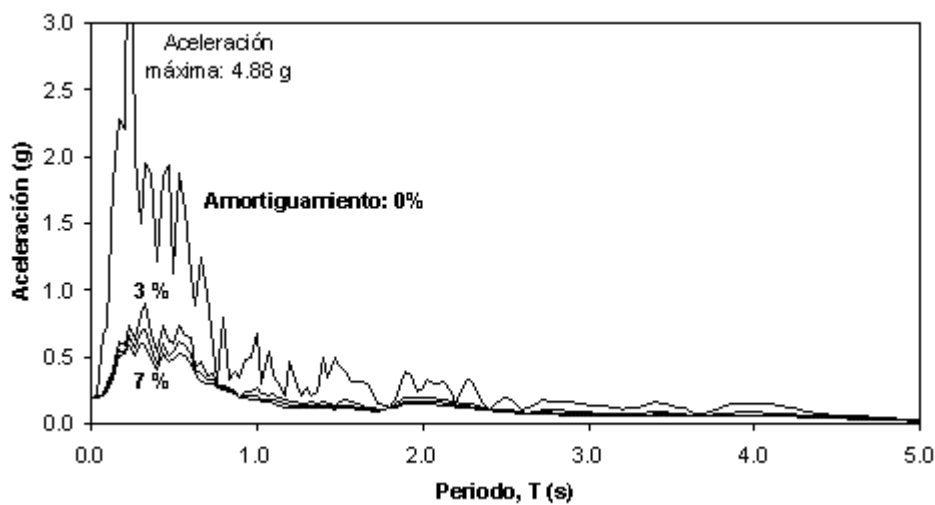
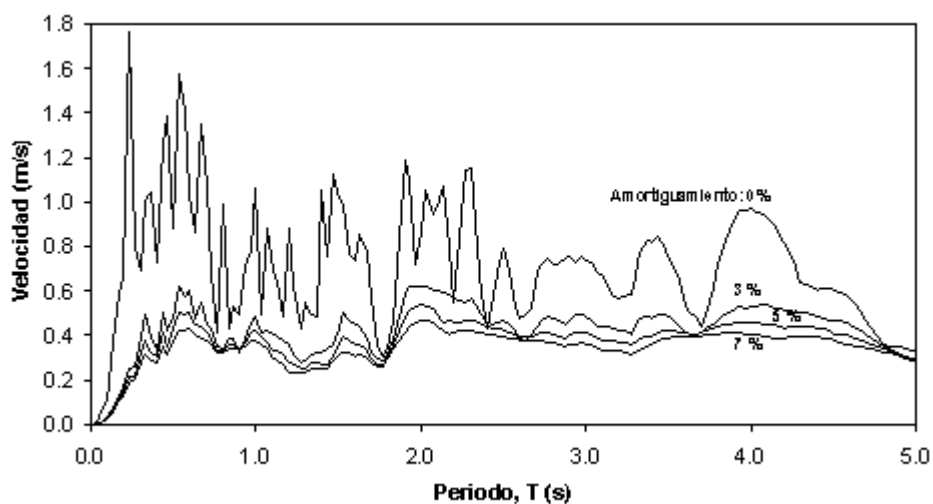
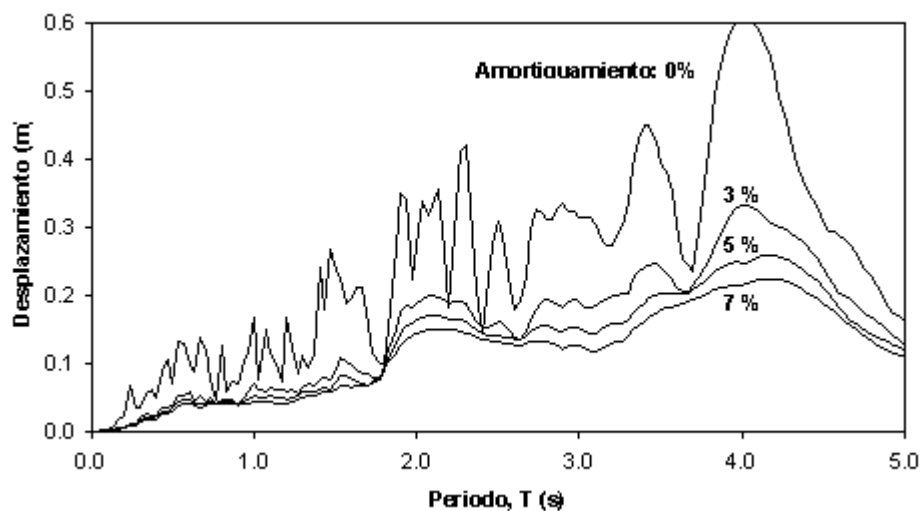


Figura 3. Ejemplo de un espectro de aceleración espectral para distintos valores del factor de amortiguamiento

En la Sección 2, mencionamos que existen distintos tipos de espectros, siendo uno de ellos los espectros de respuesta inelástica. Estos espectros no pueden derivarse a partir de la Integral de Duhamel (Ecuación 2) que es válida solo para sistemas elásticos en los que es aplicable el principio de superposición en el que se fundamenta dicha integral. Para obtener los espectros inelásticos es necesario integrar la ecuación de equilibrio dinámico considerando que la fuerza restitutiva (asociada al desplazamiento relativo) varía en el tiempo dependiendo la historia previa (ver Figura 2). El estudio detallado de los métodos de la dinámica no-lineal escapa del alcance de este trabajo.

3.2 Espectros de pseudo-velocidad y pseudo-aceleración

Las construcciones civiles comunes exhiben factores de amortiguamiento γ menores del 10%, con valores típicos comprendidos entre el 2 y 7 %⁵, dependiendo del material, tipología estructural, uniones y nivel de sollicitación. Este hecho nos permite realizar ciertas simplificaciones, que no tienen una fundamentación matemática muy rigurosa, pero que son de utilidad desde el punto de vista práctico.

La primera conclusión importante podemos obtenerla en base a consideraciones energéticas. En un sistema lineal y elástico no amortiguado, la energía que el terremoto entrega a la estructura se transforma energía cinética y energía de deformación y no existe disipación de energía. Para este caso particular, el valor máximo de la energía cinética tiene que ser igual al máximo de la energía de deformación elástica:

$$E_c = E_s \rightarrow \frac{m \dot{u}_{\max}^2}{2} = \frac{k u_{\max}^2}{2} \quad (7)$$

A partir de la Ecuación 7 puede determinarse una velocidad máxima que no es exactamente igual a la que obtenemos derivando el desplazamiento en función del tiempo (ver Ecuación 3) debido a las hipótesis simplificativas consideradas. Por ser un valor aproximado se denomina pseudo-velocidad:

$$\dot{u}_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}} u_{\max} = \omega u_{\max} \quad (8)$$

Introduciendo el concepto de espectro, definimos la pseudo-velocidad espectral, S_{pv} , de acuerdo a la siguiente expresión:

$$S_{pv} = \omega S_D \quad (9)$$

Podríamos demostrar que para sistemas con bajo amortiguamiento las diferencias numéricas entre la velocidad espectral, definida por la Ecuación 3, y la pseudo-velocidad son despreciables (salvo para el caso de periodos

⁵ Con el uso de sistemas especiales de disipación de energía, tales como la incorporación de amortiguadores viscosos o de otro tipo, es posible aumentar el factor amortiguamiento global de la construcción a valores significativamente mayores.

de vibración muy grandes). Estas diferencias aumentan a medida que se aumenta el amortiguamiento y pueden llegar al orden del 20% para estructuras con $\xi=0.20$ (ver Figura 4).

En segundo lugar, consideremos la expresión del equilibrio dinámico, Ecuación 4, y eliminemos el término asociado a las fuerzas de amortiguamiento (dado que hemos asumido que este efecto no es significativo):

$$m \ddot{u}(t) + k u(t) = 0 \tag{10}$$

Despejando la aceleración total y reemplazando el valor de la frecuencia ($\omega^2 = k/m$) obtenemos:

$$\ddot{u}(t) = - \frac{k}{m} u(t) = - \omega^2 u(t) \tag{11}$$

La aceleración total calculada con la Ecuación 11 no es exactamente igual a la calculada con la Ecuación 5, porque hemos despreciado en su determinación las fuerzas de amortiguamiento viscoso y por ello se la llama pseudo-aceleración. Aplicando el concepto de espectros (que se expresa en la Ecuación 6) y de acuerdo a la Ecuación 11, podemos definir el espectro de pseudo-aceleración, S_{pA} , en función del espectro de desplazamiento, S_D :

$$S_{pA} = \omega^2 S_D \tag{12}$$

La comparación de resultados entre valores de aceleración y pseudo-aceleración indica que las diferencias numéricas son poco significativas desde el punto de vista ingenieril. Por lo tanto la Ecuación 11 puede usarse sin inconvenientes para aplicaciones prácticas.

Combinando las Ecuaciones 9 y 12 encontramos la relación que vincula la pseudo-aceleración con la pseudo-velocidad:

$$S_{pA} = \omega S_{pV} \tag{13}$$

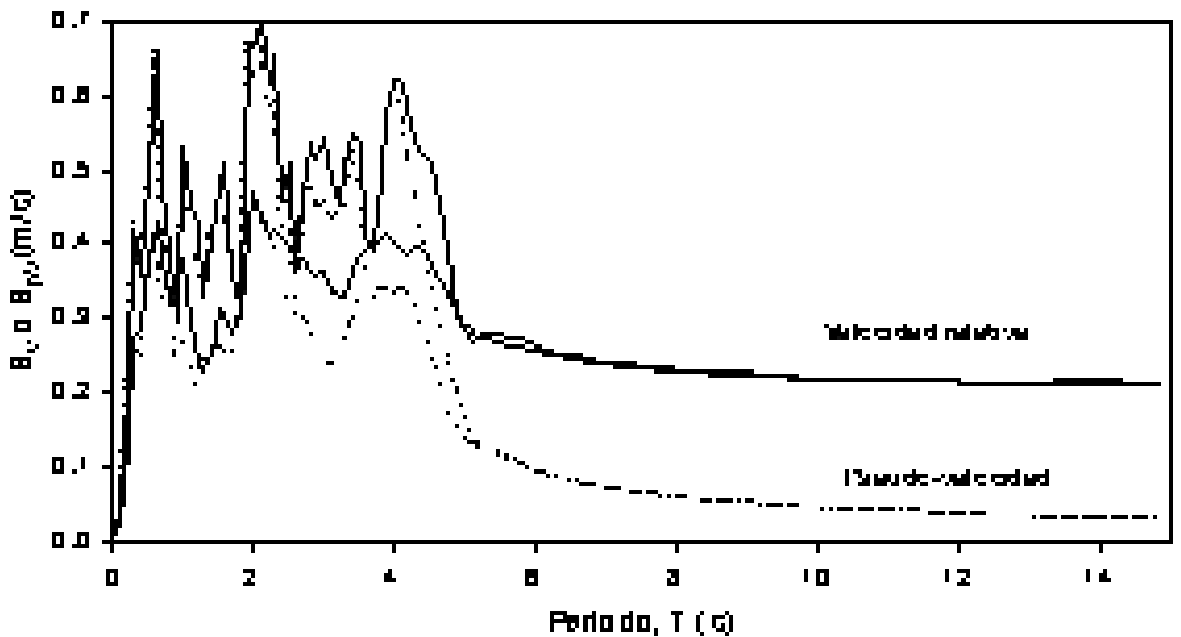


Figura 4. Comparación de espectros de velocidad relativa y pseudo-velocidad para el terremoto de Cauçete, 1997 (factores de amortiguamiento del 2 y 7%).

Es importante que recordemos que los valores espectrales de desplazamiento y velocidad (S_D , S_V y S_{pV}) están asociados al desplazamiento relativo, mientras que la aceleración espectral (S_A y S_{pA}) representa la aceleración total de la masa vibrante. Sin embargo, es común referirse a ellos simplemente como espectros de desplazamiento, velocidad y aceleración, sin aclarar si se trata de valores relativos o totales. Es importante recordar siempre estos conceptos por más que no se emplee la denominación completa, como es usual en la literatura.

3.3 Valores límites de los espectros de respuesta

Es conveniente que realicemos ciertas consideraciones conceptuales para determinar los valores límites de los espectros de respuesta. En primer lugar analicemos el caso de una estructura muy rígida, que por lo tanto tendrá un periodo de vibración cercano a cero. Esta estructura vibrará por acción del terremoto, el desplazamiento relativo será prácticamente nulo debido a que no hay deformaciones internas por la gran rigidez de la estructura (ver Figura 5), mientras que el desplazamiento y la aceleración total tenderán a ser iguales a los del terreno. Es decir, que la aceleración total máxima, S_A , será prácticamente igual a la aceleración máxima del terreno, $\ddot{u}_{g \max}$. Si por el contrario, suponemos ahora el caso de una estructura muy flexible, cuyo periodo de vibración tiende a infinito, el desplazamiento total es nulo (al igual que la aceleración total) porque la masa no vibra por acción del terremoto. Sin embargo, el desplazamiento relativo tiende a ser igual al desplazamiento máximo del terreno. Por lo tanto el desplazamiento y la velocidad espectral tiende a los valores máximos de desplazamiento y velocidad del terreno, $u_{g \max}$ y $\dot{u}_{g \max}$. De acuerdo a las consideraciones presentadas, se resumen en la Tabla 1 los valores límites. Desde el punto de vista práctico, el caso de estructuras muy flexible ($T \rightarrow \infty$) corresponde a periodos de vibración mayores de 10 o 15 s.

Los valores límites deducidos previamente pueden verificarse en los espectros de las Figuras 3 y 4 correspondientes al terremoto de Cauçete. Los valores máximo de movimiento del suelo fueron:

$$\ddot{u}_{g \max} = 0.193g \qquad \dot{u}_{g \max} = 0.203 \text{ m/s} \qquad u_{g \max} = 0.186 \text{ m}$$

Tabla 1. Valores límites de los espectros de respuesta

Caso	S_D	S_V	S_{pV}	S_A	S_{pA}
Estructura muy rígida $T \rightarrow 0, \tau \rightarrow \infty$	0	0	0	$\ddot{u}_{g \max}$	$\ddot{u}_{g \max}$
Estructura muy flexible $T \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0$	$u_{g \max}$	$\dot{u}_{g \max}$	0	0	0

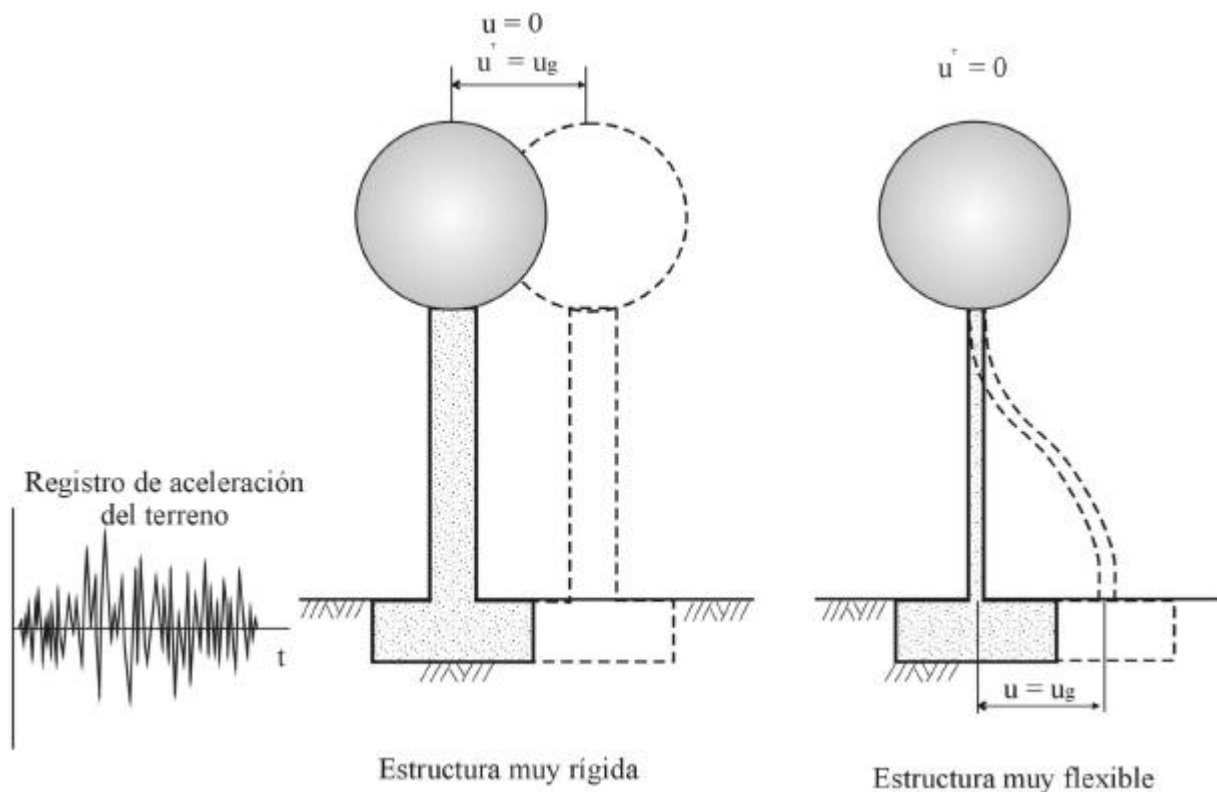


Figura 5. Comportamiento de una estructura muy rígida y muy flexible.

3.4 Formas de representación

Existen distintas formas de representar los espectros. Una de las más usuales es la utilizada en las Figuras 3 y 4 donde se grafica en abscisas el periodo de vibración (o la frecuencia) y en ordenadas el valor espectral, ya sea aceleración, velocidad, desplazamiento u otra variable de interés. Otra forma de representación se basa en una idea de Edward Fisher, quien desarrolló un sistema de representación usando un papel especial, con 4 escalas logarítmicas, que permite presentar en forma compacta una gran cantidad de información. Mediante esta técnica, es posible construir un único gráfico donde se incluyen los espectros de desplazamiento, pseudo-velocidad y pseudo-aceleración. Ello es posible debido a las simples relaciones que vinculan dichas variables (ver Ecuaciones 9 y 13), las cuales al aplicar logaritmo y reordenar se transforman en:

$$\begin{aligned} \log S_D &= \log S_{pV} - \log \omega \\ \log S_{pA} &= \log S_{pV} + \log \omega \end{aligned} \tag{14}$$

Debido a que los espectros se grafican en función del periodo de vibración, T (o de la frecuencia ω que es función de $1/T$), las escalas logarítmicas del gráfico pueden ajustarse convenientemente para considerar las operaciones de suma y resta indicadas en la Ecuación 14. Es por ello que se emplea en ordenadas una escala de pseudo-velocidad y dos escalas adicionales, inclinadas 45° respecto del eje de abscisas, para representar el desplazamiento y la pseudo-aceleración. La Figura 6 muestra un ejemplo de representación de espectros

en forma combinada mediante el papel logarítmico, mientras que en la Figura 7 se indica esquemáticamente la forma de leer los valores espectrales para un periodo de vibración determinado (2.0 segundos en este caso).

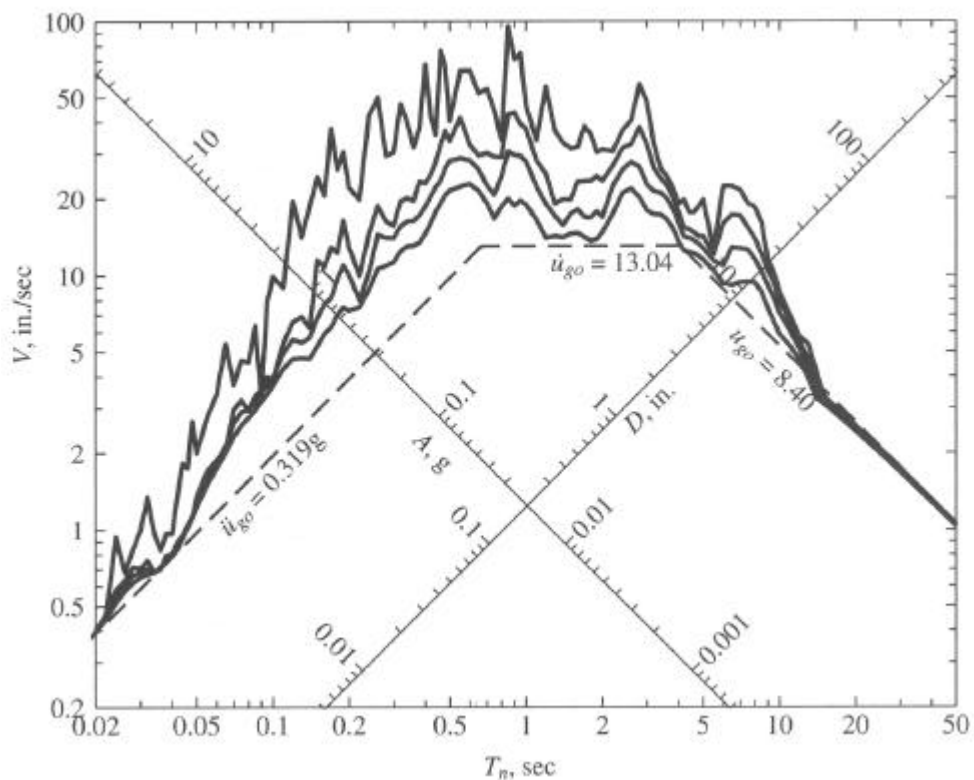


Figura 6. Representación combinada de espectros en papel logarítmico. Registro de El Centro, USA, 1940. Amortiguamiento 0, 2, 5 y 10%.

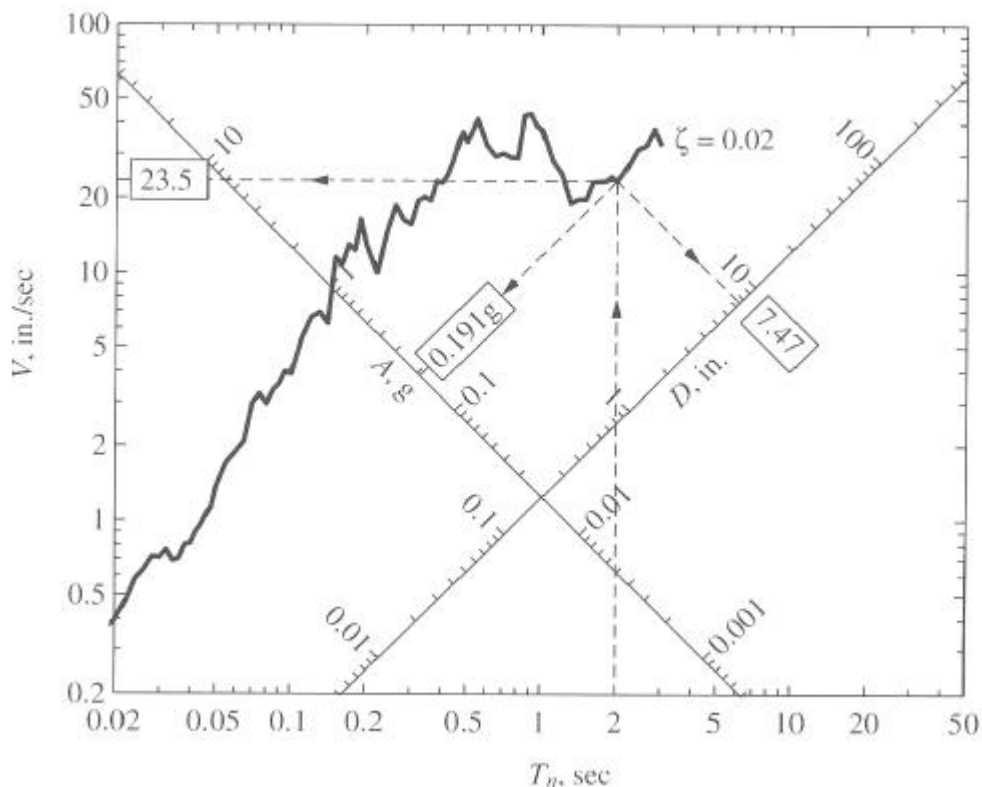


Figura 7. Lectura de valores espectrales en la representación combinada.

La Figura 6 muestra claramente otro aspecto importante a destacar. Los valores máximos del movimiento del suelo, desplazamiento, velocidad y aceleración, se pueden representar en el gráfico combinado mediante tres rectas (en dicha figura se indican con líneas de trazo). Las curvas de respuesta espectral para distintos valores de amortiguamiento se ubican en general por encima de las líneas que definen el movimiento del suelo, indicando así que la vibración propia de la estructura amplifica dicho movimiento. En el rango de periodos bajos la aceleración espectral tiende a la aceleración máxima del suelo y lo mismo ocurre con los desplazamientos en la zona de periodos elevados, cumpliendo así con los límites indicados en la Sección 3.3.

Debemos recalcar que la representación en papel logarítmico no es un tipo diferente de espectro, sino una alternativa conveniente para graficar en forma unificada tres variables: S_D , S_{pV} y S_{pA} . Esta forma de representación suele utilizarse tanto para espectros de respuesta como para espectros de diseño (ver Sección 4).

Los valores espectrales también pueden representarse mediante un gráfico donde se ubican en abscisas el desplazamiento y en ordenadas la aceleración, mientras que los periodos de vibración se indican mediante líneas oblicuas, como se muestra en la Figura 8. Este tipo de representación se conoce como espectro de capacidad, a pesar de que conceptualmente sería más conveniente llamarlos espectros combinados de aceleración y desplazamiento. La ventaja de este tipo de gráfico es que permite superponer al espectro la curva de capacidad (resistencia lateral-desplazamiento) de la estructura y compararla con la demanda sísmica.

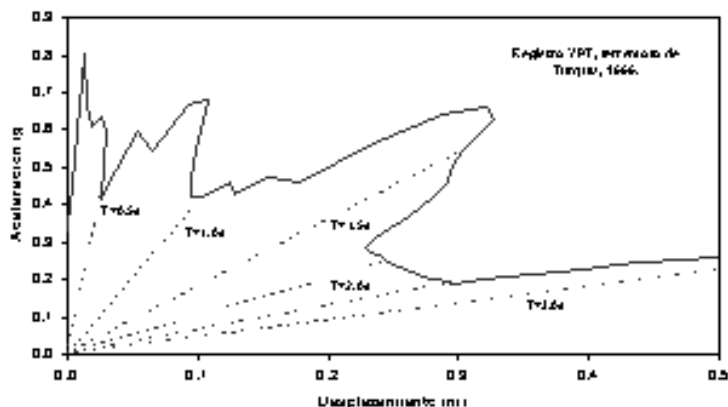


Figura 8. Espectro de capacidad del terremoto de Turquía, 1999.

2.4 Factores que afectan los espectros de respuesta

Las curvas espectrales dependen, como ya hemos indicado, del periodo de vibración de la estructura y del factor de amortiguamiento considerado. Es obvio, además, que las características particulares del registro de aceleración afectarán también los resultados. Son muchas las variables que pueden influir significativamente sobre los registros de aceleración y por lo tanto sobre los espectros de respuesta. Entre las más importantes podemos mencionar los valores máximo del movimiento del terreno (aceleración, velocidad y desplazamiento), contenido de frecuencias del terremoto, duración del movimiento fuerte, mecanismo de generación del terremoto, magnitud, tipo de suelo, etc. Esto se ve reflejado, por ejemplo, en las curvas de aceleración espectral graficadas en la Figura 9 que corresponden a cuatro terremotos diferentes. Puede observarse claramente en esta figura como una misma estructura (igual periodo de vibración e igual factor de amortiguamiento) experimentará aceleraciones máximas notablemente diferentes para los distintos terremotos.

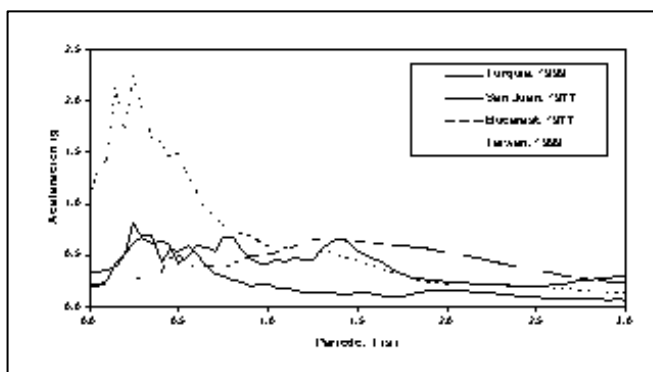


Figura 9. Comparación de espectros de aceleración para distintos terremotos (factor de amortiguamiento 5%).

Una de las variables de significativa importancia en el diseño sismorresistente es el tipo de suelo. Los estudios realizados con registros de aceleración tomados en distintos terremotos y en distintos lugares muestran que en estratos suelos blandos puede originarse una amplificación del movimiento con respecto al movimiento

medido en la roca o en suelos firmes. Este problema se puso en evidencia durante el terremoto de Michoacán, Méjico, el 19/09/1985 ($M_s = 8.1$) el cual causo solo daño moderado en la zona epicentral pero fue muy destructivo en la ciudad de Méjico que se encuentra a más de 350 km del epicentro. La ciudad se encuentra construida sobre tres zonas notablemente diferentes en cuanto a las características del suelo. En esas zonas se contaba con varios instrumentos de medición que registraron las aceleraciones inducidas por el terremotos. La Figura 10 muestra los registros medidos en dos estaciones diferentes, una localizada sobre un estrato rocoso y la otra ubicada sobre una estrato de arcillas blandas (SCT) en la zona que se encuentra construida sobre un antigua lago seco. Podemos observar las diferencias significativas de ambos registros. Su efecto en los espectros de respuesta se pone en evidencia en la Figura 11.

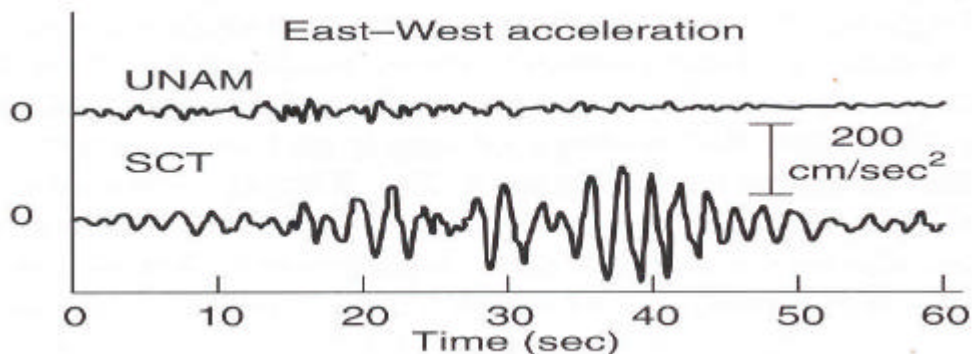


Figura 10. Registros de aceleración medidos en el terremotos de Michoacán en dos sitios diferentes de la ciudad de Méjico.

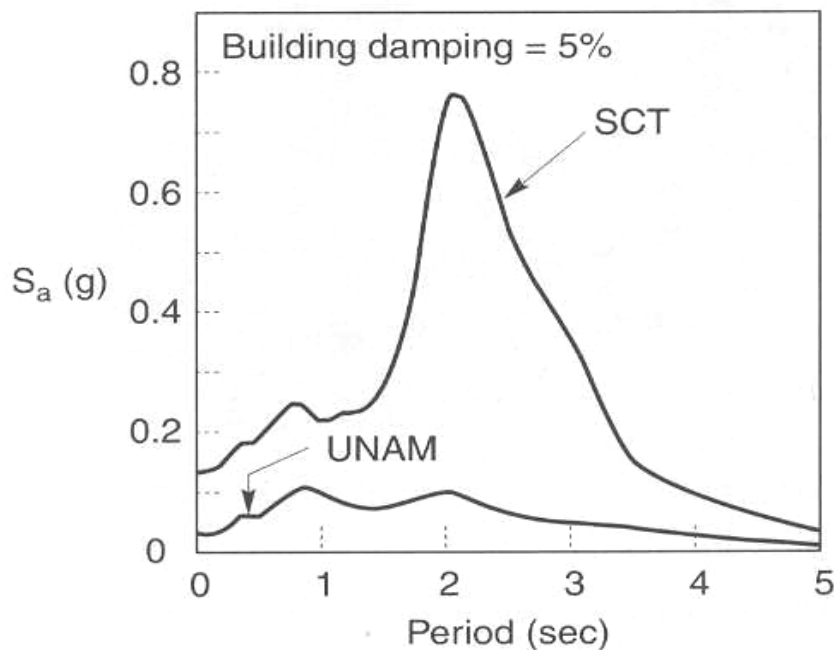


Figura 11. Espectros de aceleración correspondientes a los registros de la Figura 10 (terremoto de Michoacán, Méjico, 1985).

La Figura 12 muestra resultados de un estudio conducido por Seed donde se obtuvieron curvas de aceleración espectral para distintos tipos de suelos. Las distintas curvas de este gráfico, las cuales se derivaron considerando el promedio de un número significativo de terremotos, muestran la significativa influencia del terreno de fundación, especialmente sobre el rango de periodos de vibración en el cual se producen las mayores aceleraciones espectrales. Debemos notar que en este gráfico las aceleraciones espectrales se presentan en forma relativa, es decir divididas por la aceleración máxima del suelo. Es por ello que todas las curvas parten de un valor unitario para el caso de periodo de vibración nulo.

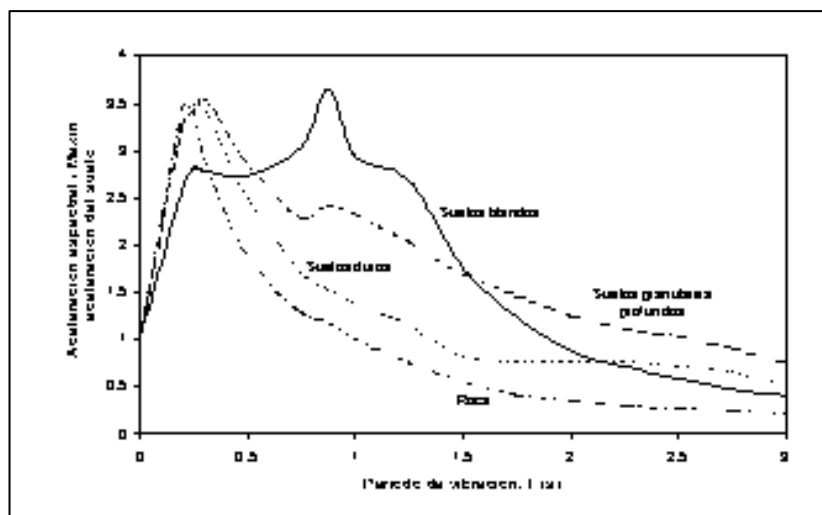


Figura 12. Espectros promedios para distintos tipos de suelo (factor de amortiguamiento 5%).

4. ESPECTROS DE DISEÑO

4.1 Espectros de diseño de aceleración

En la Sección 2 hemos descrito en forma general los espectros de diseño y ahora analizaremos en mayor detalle este concepto. Los espectros son una herramienta de gran utilidad en el diseño de construcciones sismorresistentes debido a que el ingeniero estructural puede estimar el valor máximo de la respuesta (usualmente en términos de aceleración) sin necesidad de evaluar la historia temporal completa. Sin embargo, en el diseño de estructuras no pueden utilizarse los espectros de respuesta ya que ellos se obtienen para un terremoto dado. Las curvas espectrales para diseño deben considerar el efecto de varios terremotos, es decir deben ser representativos de la sismicidad propia de cada región.

Se ha desarrollado varias metodologías, basadas en procedimientos estadísticos, para obtener los espectros de diseño. El procedimiento más usual es considerar el valor promedio más la desviación estándar de los espectros de respuesta de varios terremotos representativos. Si los valores de los espectros de respuesta son similares, la desviación estándar es baja y la curva espectral se asemeja al promedio. Por el contrario, si los valores presentan diferencias significativas, la desviación estándar es alta y la curva espectral se acerca al valor máximo, o incluso puede superarlo. De modo que este procedimiento tiene en cuenta la mayor o menor dispersión de los datos y conduce a resultados confiables. En la Figura 13 se presenta el espectro promedio y promedio más la desviación estándar construido a partir de los cuatro espectros de respuesta de la Figura 9. Puede observarse claramente que la definición del espectro de diseño a partir de valores promedio conduce a resultados poco seguros en la mayoría de los casos para los datos considerados.

Este es un simple ejemplo didáctico dado que los cuatro terremotos considerados corresponden a regiones y fuentes sismogénicas totalmente diferentes.

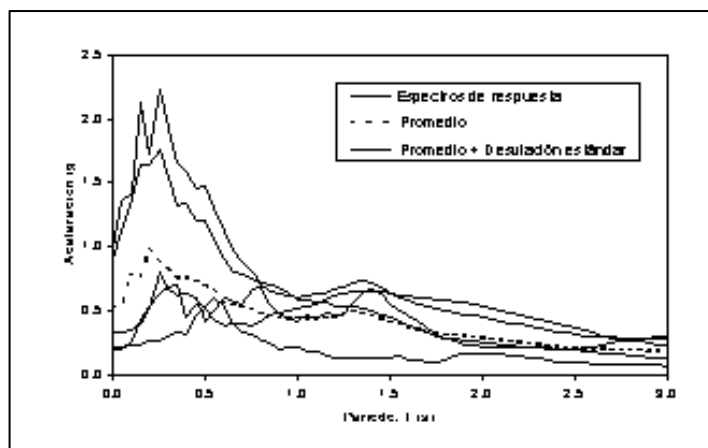


Figura 13. Ejemplo de determinación del espectro de diseño a partir de cuatro espectros de respuestas.

A los efectos del diseño resulta conveniente que las curvas espectrales se suavicen con líneas envolventes para evitar los valles o variaciones bruscas que surgen de las formas complejas que presentan los espectros de respuesta. Es por ello que los espectros de diseño que definen los códigos están formados por una serie de líneas o curvas, las cuales pueden expresarse mediante ecuaciones simples. Los espectros de diseño de aceleración suelen presentar una rama lineal creciente (con origen en el valor de aceleración máxima del terreno, ver Sección 3.3), luego una zona de aceleración constante, o plafón, con un valor 2 a 3 veces superior a la aceleración máxima del terreno y finalmente una o más curvas decrecientes. A manera de ejemplo, se grafica en la Figura 14 el espectro de diseño del Reglamento INPRES-CIRSOC 103 para zona sísmica 4 (que incluye al Gran Mendoza).

El Código de Construcciones Sismorresistentes de Mendoza, 1987 (vigente en algunos municipios de la provincia) no presenta en forma explícita un espectro de aceleraciones sino un factor de influencia del terreno. Para el caso de análisis dinámico este código plantea la determinación de la aceleración espectral mediante la siguiente expresión:

$$S_A = C_o \cdot \gamma_d \cdot s \quad (15)$$

donde C_o es el coeficiente sísmico, γ_d un factor de destino y s el coeficiente de influencia de suelo, que es función del periodo de vibración. Dicho coeficiente representa en forma implícita el espectro de respuesta.

En la Figura 15 se grafican los valores de $C_o \cdot s$, lo cual puede interpretarse como una la aceleración espectral básica expresada en unidades de g.

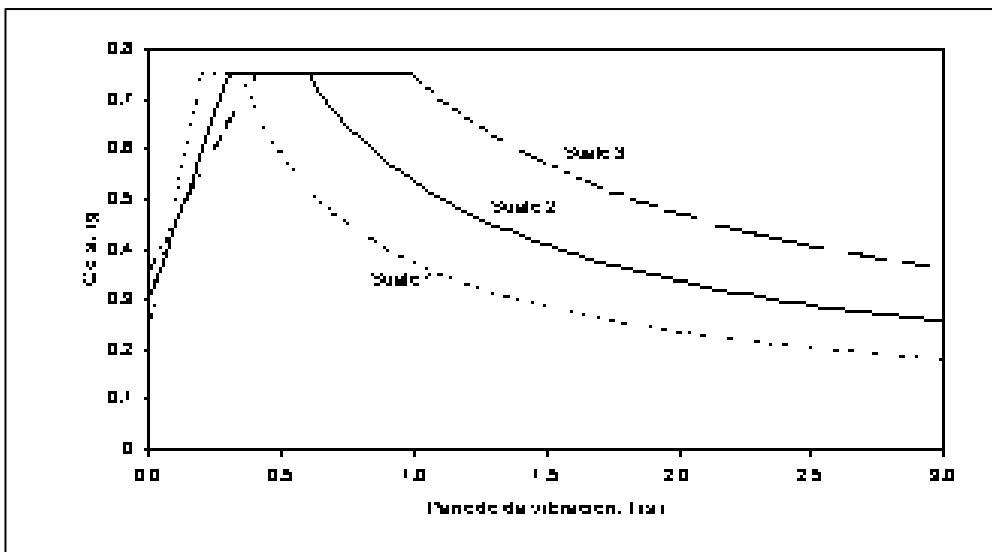


Figura 14. Espectro de diseño del Reglamento INPRES-CIRSOC 103 para zona sísmica 4.

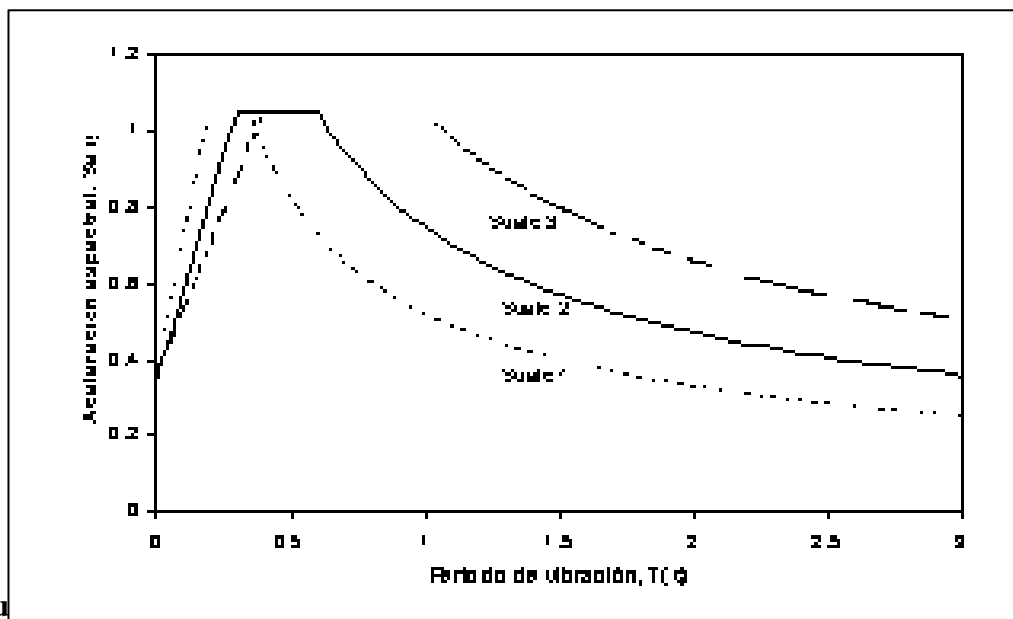


Figura 15. Espectro de diseño del Reglamento INPRES-CIRSOC 103 para zona sísmica 3. (Código de construcción, 1987, a considerar en el análisis dinámico.

Los espectros de diseño definidos en las Figuras 14 y 15 corresponden a un estado límite último y definen acciones sísmicas en rango elástico. Como los códigos de diseño sismorresistente admiten el comportamiento en rango no lineal como mecanismo de disipación de energía, los valores de aceleración espectral deben disminuirse mediante un factor de reducción, R , que depende principalmente de la ductilidad del sistema estructural y del periodo de vibración. Los fundamentos en los que se basa el cálculo de estos

factores de reducción, como así también su evaluación práctica según un código determinado son aspectos de gran importancia, pero escapan a los alcances de este trabajo.

En la determinación del valor final de aceleración espectral de acuerdo a código intervienen otros aspectos, como el factor de destino. Es por ello que no pueden compararse directamente los valores obtenidos de las Figuras 14 y 15 para los dos códigos vigentes en nuestro medio, dado que una comparación de ese tipo debe realizarse teniendo en cuenta todos los aspectos intervinientes (factores de reducción, de destino, tipo de suelo, etc).

4.2 Espectros de diseño de desplazamiento

En la última década se ha desarrollado un nuevo criterio de diseño para construcciones sismorresistentes que se basa en desplazamientos. Es decir que el ingeniero estructural en lugar de evaluar la demanda sísmica en términos de fuerzas laterales (o aceleraciones) realiza el diseño a partir de la demanda de desplazamiento lateral inducida por la acción sísmica. Este nuevo criterio aún no se ha desarrollado completamente, pero se espera que en el futuro reemplace al método tradicional, basado en fuerzas, debido a que permite considerar en forma explícita distintos niveles de daño. El método basado en desplazamientos requiere, obviamente, de un espectro de diseño de desplazamientos. Es por ello que muchos investigadores trabajan actualmente para evaluar y proponer espectros de diseño de desplazamiento.

Una forma de obtener estas curvas espectrales es a partir de los espectros de aceleración; de acuerdo a la Ecuación 11, puede obtenerse que:

$$S_D = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{pA} \quad (15)$$

Sin embargo, es importante que aclaremos que los espectros de aceleración de la normativa vigente (ver Figuras 14 y 15) no son compatibles para derivar espectros de desplazamiento, dado que la rama decreciente para periodos largos conduce a desplazamientos que aumentan linealmente con el periodo de vibración T , lo cual no se corresponde con la realidad. Algunos reglamentos, como los Eurocode, ya incluyen espectros de aceleración que son compatibles con la derivación de espectros de desplazamiento mediante la Ecuación 15. También es probable que en el futuro los códigos incluyan en forma explícita espectros de desplazamiento.

5. ESPECTROS DE PISO

Vamos a plantear ahora un problema asociado al diseño de equipos, elementos especiales o componentes que forman parte de una construcción. Para ello, tomemos como ejemplo la estructura de tres niveles ilustrada en la Figura 16. Ante la acción de un terremoto, la estructura vibrará y normalmente los valores de desplazamiento, velocidad y aceleración en los distintos niveles serán mayores que los registrados en la base (terreno de fundación). Ello es lógico, como se indicó previamente, debido a que la estructura con su vibración amplifica el movimiento del suelo. Si consideramos un equipo o componente que puede considerarse como un sistema de un grado de libertad con su propio periodo de vibración (representado esquemáticamente en la Figura 16 como un péndulo ubicado en el segundo nivel), es posible determinar un espectro tomando como excitación ya no el registro de aceleración en la base, sino la historia de aceleraciones

en el nivel o punto correspondiente. Esta historia de aceleración debe evaluarse previamente mediante un análisis dinámico temporal, en el cual se considera como excitación el registro de aceleración en la base.

Para visualizar mejor el concepto de espectros de piso, se presenta en la Figura 17 un ejemplo para el caso de la estructura de la Figura 16. El gráfico muestra el espectro de respuesta de aceleraciones (indicado como “Base”) para un registro de aceleración generado artificialmente mediante un algoritmo matemático, y tres curvas más correspondientes a los espectros de piso para cada uno de los niveles. Estos espectros nos permiten obtener algunas interesantes conclusiones. En primer lugar se observa claramente que las aceleraciones en el equipo o componente a diseñar pueden ser significativamente mayores, dependiendo de su periodo de vibración, especialmente cuando este se acerca al periodo fundamental de la estructura (para este ejemplo el modo 1 tienen un periodo $T=0.320s$, ver línea punteada). Esto se explica porque cuando ambos periodos coinciden se produce un fenómeno similar conceptualmente a la resonancia y el equipo o componente amplifica notablemente el movimiento. Un efecto parecido, pero menos importante, se produce cuando el periodo de vibración del equipo o componente se aproxima a los otros modos de vibración de la estructura (en este ejemplo, $T= 0.104$ y $0.064s$).

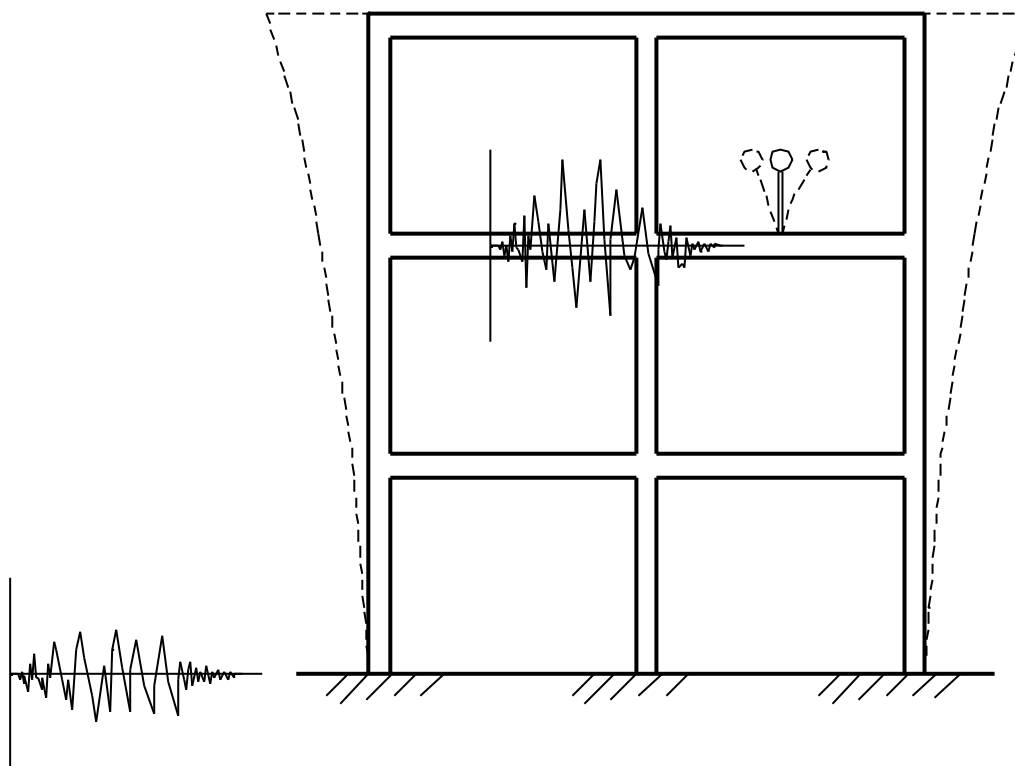


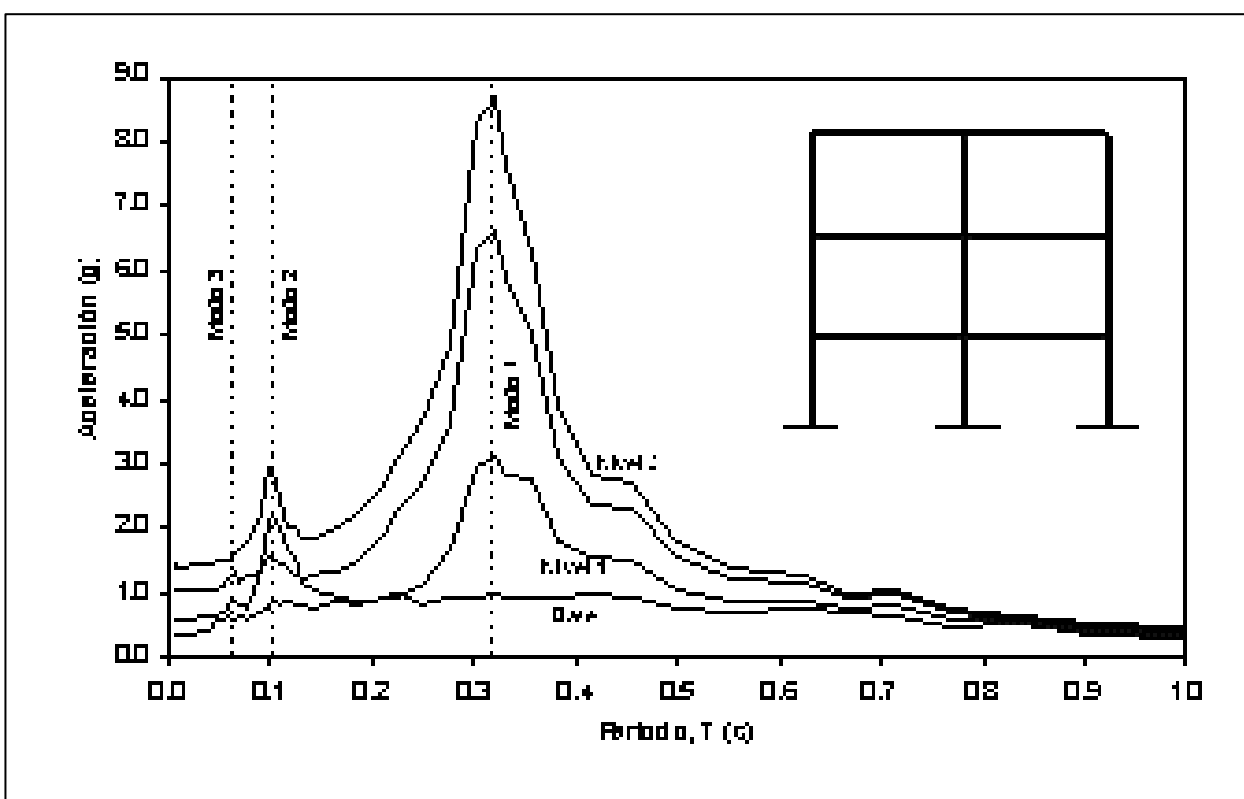
Figura 16. Esquema conceptual del modelo matemático para la obtención de espectros de piso.

Se observa también en la Figura 17 que a medida que aumenta la altura del nivel considerado, en general, se incrementan los valores de aceleración del espectro de piso correspondiente. Sin embargo, se detectan algunas excepciones, como el caso del espectro de piso del nivel 1 que para valores cercanos al periodo del modo 2 ($T=0.104s$) aumenta considerablemente y supera los valores correspondientes al espectro del nivel 2. Para explicar este comportamiento debemos recordar las formas modales típicas de un pórtico de tres pisos; en este caso el modo 2 exhibe desplazamientos reducidos o casi nulos en correspondencia con

el nivel 2. En otras palabras el modo 2 no excita en forma importante al segundo nivel del p3rtico, mientras que si lo hace en el primero y tercero.

Finalmente, vemos en el ejemplo que no se producen ampliaciones de importancia en la zona cercana al periodo del modo 3 ($T=0.064s$), lo cual indica que este modo no tiene una participaci3n significativa en la respuesta de la estructura o bien que no es excitado por el terremoto considerado.

Siguiendo los criterios indicados previamente en la Secci3n 4, es posible derivar espectros de piso de dise1o, los cuales se aplican en casos especiales, por ejemplo hospitales, centrales nucleares, etc, para evaluar la demanda s3smica en equipamiento o partes de la construcci3n. Para los casos usuales, donde un estudio de este tipo es demasiado largo y costoso, se emplean criterios simplificativos que tratan de considerar el efecto de amplificaci3n con la altura. Tal es el caso del C3digo de Construcciones Sismorresistentes de Mendoza, 1987, que en la secci3n “4.7 Partes de la construcci3n”, fija los criterios de evaluaci3n de acciones en distintos tipos de componentes.



6. COMETARIO FINAL

El concepto de espectros, en sus distintas modalidades, es una herramienta de gran utilidad en la ingenier3a s3smica, ya sea para comprender y evaluar el efecto de los terremotos sobre las construcciones como as3 tambi3n para estimar la demanda s3smica en el dise1o de estructuras. Es por ello que resulta de sumamente importante para el ingeniero estructural comprender la teor3a que lo fundamenta, la metodolog3a para su obtenci3n, el campo de validez y la forma pr3ctica de empleo.

BIBLIOGRAF3A

1. Clough, R. W. y Penzien, J., *Dynamics of Structures*. Mc Graw Hill Inc. Second Edition, 1993.
2. Chopra, A., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineer*. Prentice Hall, Inc., 1995
3. *The EERI Oral History Series: Georges W. Housner*. Earthquake Engineering Research Institute. 1997.
4. Kramer, S. L., *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice Hall, 1996